$$
\begin{array}{rcccccccccccc}
S & = & 1 & + & 2\cdot 2 & + & 3\cdot 2^2 & + & \cdots & + & n\cdot 2^{n-1} & & \\
-)\ 2S & = & & & 1\cdot 2 & + & 2\cdot 2^2 & + & \cdots & + & (n-1)2^{n-1} & + & n\cdot 2^n \\
\hline
-S & = & 1 & + & 2 & + & 2^2 & + & \cdots & + & 2^{n-1} & & -n\cdot 2^n
\end{array}
$$